

TABELAS DE POLINÔMIOS PARA INTERPOLAÇÃO DA EQUAÇÃO DE MITSCHERLICH SEGUNDO O ESQUEMA 0, 1, 2, 4, 8

Celso L. Hemerly Peixoto¹
Marli de Bem Gomes²

INTRODUÇÃO

O presente trabalho tem por fim a elaboração de tabelas de polinômios que permitam uma interpolação rápida e precisa da Lei de Mitscherlich pelo método dos quadrados mínimos num experimento de adubação com cinco níveis de fertilizantes, segundo o esquema 0, 1, 2, 4, 8.

Esse esquema dará aos seus usuários, principalmente aos do Estado de Santa Catarina, onde tem sido utilizado com frequência, subsídios para melhor estimar os parâmetros da Lei de Mitscherlich. É sabido, e pode ser demonstrado, que há uma certa vantagem no uso de doses de adubação em progressão geométrica (NOGUEIRA, 1960).

METODOLOGIA

Para estimar os parâmetros **A**, **b** e **c** da equação de Mitscherlich, inicialmente determinamos um valor de **Z** que satisfaça a equação

$$\begin{vmatrix} \Sigma Y & n & \Sigma Z^X \\ \Sigma XYZ^X & \Sigma XZ^X & \Sigma XZ^{2X} \\ \Sigma YZ^X & \Sigma Z^X & \Sigma Z^{2X} \end{vmatrix} = 0, \quad (1)$$

(PIMENTEL GOMES & MALAVOLTA, 1949), onde **Y** representa os valores observados quando **X** assume os valores 0, 1, 2, 4,

Universidade Federal do Espírito Santo, Centro Agropecuário.

Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", USP, Piracicaba.

Determinado Z, a estimativa de c é obtida pela fórmula

$$\hat{c} = \frac{1}{q} \log \frac{1}{Z},$$

onde q é a dose padrão do nutriente utilizado.

Para o cálculo de \hat{A} e \hat{b} partimos das fórmulas

$$\hat{A} = \frac{\begin{vmatrix} \Sigma Y & \Sigma Z^X \\ \Sigma YZ^X & \Sigma Z^{2X} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} n & \Sigma Z^X \\ \Sigma Z^X & \Sigma Z^{2X} \end{vmatrix}}, \quad (2)$$

$$\hat{b} = \frac{1}{\hat{c}} \log \left| \frac{\hat{A}}{n\hat{A} - \Sigma Y} \right|, \quad (3)$$

RESULTADOS E DISCUSSÃO

De acordo com a equação (1) e o esquema teórico em questão, obtemos a equação

$$\begin{vmatrix} Y_0 + Y_1 + Y_2 + Y_4 + Y_8 & 5 & 1 + Z + Z^2 + Z^4 + Z^8 \\ Y_1 Z + 2Y_2 Z^2 + 4Y_4 Z^4 + 8Y_8 Z^8 & Z + 2Z^2 + 4Z^4 + 8Z^8 & Z^2 + 2Z^4 + 4Z^8 + 8Z^{16} \\ Y_0 + Y_1 Z + Y_2 Z^2 + Y_4 Z^4 + Y_8 Z^8 & 1 + Z + Z^2 + Z^4 + Z^8 & 1 + Z^2 + Z^4 + Z^8 + Z^{16} \end{vmatrix} = 0, \quad (4)$$

que, conforme demonstrou NOGUEIRA (1950), é divisível por $Z(Z-1)^3$. Desenvolvendo o determinante (4) e dividindo-se por $Z(Z-1)^3$, obtemos os seguintes polinômios:

$$J_0(Z) = -3Z - 6Z^2 - 16Z^3 - 27Z^4 - 36Z^5 - 43Z^6 - 62Z^7 - 81Z^8 - 95Z^9 - 104Z^{10} - 102Z^{11} - 89Z^{12} - 65Z^{13} - 30Z^{14} - 4Z^{16} - 12Z^{15}$$

$$J_1(Z) = 3 + 7Z + 12Z^2 + 16Z^3 + 18Z^4 + 18Z^5 + 20Z^6 + 18Z^7 + 9Z^8 - 5Z^9 - 16Z^{10} - 30Z^{11} - 37Z^{12} - 37Z^{13} - 30Z^{14} - 12Z^{15} - 4Z^{16}$$

$$J_2(Z) = -1 + 4Z + 12Z^2 + 22Z^3 + 34Z^4 + 45Z^5 + 56Z^6 + 63Z^7 + 69Z^8 + 65Z^9 + 56Z^{10} + 42Z^{11} + 23Z^{12} + 7Z^{13} - 6Z^{14} - 12Z^{15} - 4Z^{16}$$

$$J_4(Z) = -1-4Z-9Z^2-3Z^3+8Z^4+27Z^5+49Z^6+72Z^7+96Z^8+114Z^9+ \\ +126Z^{10}+126Z^{11}+115Z^{12}+95Z^{13}+66Z^{14}+36Z^{15}+12Z^{16}$$

$$J_8(Z) = -1-4Z-9Z^2-19Z^3-33Z^4-54Z^5-82Z^6-91Z^7-93Z^8-79Z^9- \\ -62Z^{10}-36Z^{11}-12Z^{12}$$

Foram estes polinômios que tabulamos para valores de Z no intervalo zero e um ($0 \leq Z \leq 1$).

Com os polinômios tabulados podemos escrever a equação (4) como se segue:

$$R(Z) = u_1 J_1(Z) + u_2 J_2(Z) + u_4 J_4(Z) + u_8 J_8(Z) \quad (5)$$

onde:

$$u_i = \bar{Y}_i - \bar{Y}_0 \quad \text{com } i = 1, 2, 4 \text{ e } 8$$

\bar{Y}_i é a média correspondente a cada nível i e

\bar{Y}_0 é a média correspondente a testemunha.

É esta equação (5) que devemos resolver, utilizando as tabelas anexas, para determinar Z .

Para o cálculo das estimativas de A e B , temos

$$\hat{A} = \bar{Y}_0 + \frac{1}{P(Z)} \begin{vmatrix} u_1(1+Z^4+Z^8+Z^{16}-Z-Z^3-Z^5-Z^9) + u_2(1+Z^8+Z^{16}-Z^3- \\ -Z^6-Z^{10}) + u_4(1+Z^2+Z^{16}-Z^5-Z^6-Z^{12}) + u_8(1+Z^2+Z^4 \\ -Z^9-Z^{10}-Z^{12}) \end{vmatrix} \quad (6)$$

onde:

$$P(Z) = (4-2Z+2Z^2-2Z^3+2Z^4-2Z^5-2Z^6+2Z^8-2Z^9-2Z^{10}-2Z^{12}+4Z^{16}),$$

que também se encontra tabulado no intervalo $0 \leq Z \leq 1$ na tabela anexa. Por outro lado:

$$\hat{B} = \frac{1}{C} \log \left| \frac{1+Z+Z^2+Z^4+Z^8}{5 - \frac{1}{A}(u_1+u_2+u_4+u_8+5\bar{Y}_0)} \right| \quad (7)$$

EXEMPLO DE APLICAÇÃO

Os dados abaixo se referem a um experimento de adubação de milho, instalado em quatro blocos ao acaso. Os tratamentos constaram de adubação com 0, 50, 100, 200 e 400 kg/ha de nitrogênio.

Dados referentes a produção total de milho em t/ha de um experimento de adubação com nitrogênio.

	Doses de nitrogênio em kg/ha				
	0	50	100	200	400
Totais de produção em t/ha	19,00	26,00	38,00	45,00	46,00

Fonte: NEPTUNE et alii (1982).

Para obter a equação de regressão, primeiro calculam-se os acréscimos de produção e em seguida resolve-se por tentativa a equação (5) com o auxílio da tabela anexa.

a) Acréscimos de produção

$$u_i = \bar{Y}_i - \bar{Y}_0$$

$$\bar{Y}_0 = 4,75$$

$$\bar{Y}_1 = 6,50$$

$$\bar{Y}_2 = 9,50$$

$$\bar{Y}_4 = 11,25$$

$$\bar{Y}_8 = 11,50$$

$$u_1 = \bar{Y}_1 - \bar{Y}_0 = 1,75$$

$$u_2 = \bar{Y}_2 - \bar{Y}_0 = 4,75$$

$$u_4 = \bar{Y}_4 - \bar{Y}_0 = 6,50$$

$$u_8 = \bar{Y}_8 - \bar{Y}_0 = 6,75$$

b) Obtenção de Z

$$R(Z) = u_1 J_1(Z) + u_2 J_2(Z) + u_4 J_4(Z) + u_8 J_8(Z)$$

Seja $Z = 0$, pela tabela, temos:

$$J_1(0) = 3 \quad J_2(0) = -1 \quad J_4(0) = -1 \quad J_8(0) = -1$$

$$R(0) = 1,75 \cdot (3) + 4,75 \cdot (-1) + 6,5 \cdot (-1) + 6,75 \cdot (-1)$$

$$R(0) = -12,75$$

Seja $Z = 1$, pela tabela, temos:

$$J_1(1) = -50 \quad J_2(1) = 475 \quad J_4(1) = 925 \quad J_8(1) = -575$$

$$R(1) = 4300$$

Portanto a raiz Z está realmente entre zero e um.

Seja $Z = 0,5$

$$J_1(0,5) = 13,6199 \quad J_2(0,5) = 12,1257 \quad J_4(0,5) = -2,1259$$

$$J_8(0,5) = -13,9658$$

$$R(0,5) = -26,66$$

Portanto a raiz deve estar entre 0,5 e um. Com outras tentativas obtemos:

para $Z = 0,61$ e $Z = 0,62$

$$R(0,61) = -4,3532 \quad R(0,62) = 0,4163.$$

Portanto a raiz está entre 0,61 e 0,62. Por interpolação linear temos:

$$Z = 0,6191.$$

c) Determinação de \hat{A} , \hat{b} e \hat{c}

$$\hat{c} = \frac{1}{q} \log \frac{1}{Z}, \quad q = \text{dose padrão (50 kg/ha)}$$

$$\hat{c} = \frac{1}{50} \log \frac{1}{0,6191} \therefore \hat{c} = 0,0042 \text{ ha/kg.}$$

Pelas fórmulas (6) e (7) temos:

$$\hat{A} = 11,893 \text{ t/ha}$$

$$\hat{b} = 49,70 \text{ kg/ha}$$

A equação de regressão fica:

$$\hat{y}_i = 11,89 \left| 1 - 10^{-0,0042(x+49,70)} \right| \text{ t/ha}$$

ou

$$\hat{y}_i = 11,89 - 7,35(0,6166)^{x'} \text{ t/ha, onde } x' = \frac{x}{50}.$$

CONCLUSÃO

A tabulação de polinômios para valores de Z no intervalo $0 < Z < 1$, facilita sobremaneira a resolução da equação (1) e, conseqüentemente, a obtenção das estimativas de A , b e c da equação de Mitscherlich.

O processo do uso de polinômios, para a estimação dos parâmetros da equação de Mitscherlich, vem facilitar aos usuários de programas de computador a atribuição de um valor inicial mais adequado para os parâmetros.

RESUMO

O presente trabalho tem por objetivo a elaboração de tabelas de polinômios para uma interpolação rápida e precisa da primeira equação de Mitscherlich pelo método dos quadrados mínimos, segundo o esquema teórico 0, 1, 2, 4, 8. Concluimos que a tabulação de polinômios facilita sobremaneira a resolução da equação (1) e, conseqüentemente, a estimação dos parâmetros A , b e c da equação de Mitscherlich.

SUMMARY

This paper has in view the elaboration of tables of polynomials for a brief and quick interpolation of the first Mitscherlich's equation by the method of least squares, when the levels of the independent variable are zero, 1, 2, 4 and 8. The tabulation of the polynomials makes much easier the solution of equation (1) and, therefore, the estimation of parameters A , b and c in Mitscherlich's equation.

TABELAS DE POLINÔMIOS PARA INTERPOLAÇÃO DA EQUAÇÃO DE MITSCHERLICH SEGUNDO O ESQUEMA 0, 1, 2, 4, 8.

Z	J50(Z)	J51(Z)	J52(Z)	J54(Z)	J58(Z)	P5(Z)
0.00	0.0000	3.0000	-1.0000	-1.0000	-1.0000	4.0000
0.01	-0.0306	3.0712	-0.9588	-1.0409	-1.0409	3.9802
0.02	-0.0625	3.1449	-0.9150	-1.0836	-1.0836	3.9608
0.03	-0.0959	3.2212	-0.8686	-1.1282	-1.1286	3.9417
0.04	-0.1307	3.3003	-0.8193	-1.1746	-1.1757	3.9231
0.05	-0.1672	3.3821	-0.7670	-1.2228	-1.2251	3.9048
0.06	-0.2054	3.4669	-0.7116	-1.2729	-1.2770	3.8868
0.07	-0.2456	3.5548	-0.6528	-1.3249	-1.3315	3.8692
0.08	-0.2878	3.6458	-0.5904	-1.3787	-1.3889	3.8519
0.09	-0.3329	3.7402	-0.5242	-1.4344	-1.4493	3.8349
0.10	-0.3791	3.8380	-0.4541	-1.4919	-1.5129	3.8182
0.11	-0.4285	3.9395	-0.3797	-1.5512	-1.5801	3.8018
0.12	-0.4807	4.0447	-0.3008	-1.6123	-1.6509	3.7857
0.13	-0.5359	4.1539	-0.2172	-1.6751	-1.7257	3.7699
0.14	-0.5942	4.2672	-0.1285	-1.7396	-1.8048	3.7544
0.15	-0.6560	4.3847	-0.0344	-1.8058	-1.8885	3.7391
0.16	-0.7215	4.5068	0.0655	-1.8735	-1.9772	3.7241
0.17	-0.7910	4.6336	0.1713	-1.9428	-2.0711	3.7093
0.18	-0.8648	4.7652	0.2837	-2.0134	-2.1707	3.6948
0.19	-0.9432	4.9020	0.4029	-2.0852	-2.2765	3.6805
0.20	-1.0265	5.0441	0.5294	-2.1582	-2.3888	3.6664
0.21	-1.1152	5.1918	0.6637	-2.2321	-2.5082	3.6526
0.22	-1.2096	5.3454	0.8063	-2.3068	-2.6352	3.6389
0.23	-1.3101	5.5051	0.9577	-2.3821	-2.7705	3.6255
0.24	-1.4173	5.6712	1.1185	-2.4577	-2.9147	3.6122
0.25	-1.5316	5.8440	1.2894	-2.5333	-3.0684	3.5991
0.26	-1.6536	6.0238	1.4710	-2.6087	-3.2324	3.5862
0.27	-1.7839	6.2110	1.6640	-2.6834	-3.4076	3.5735
0.28	-1.9231	6.4059	1.8692	-2.7571	-3.5948	3.5608
0.29	-2.0719	6.6088	2.0874	-2.8293	-3.7950	3.5483
0.30	-2.2311	6.8204	2.3196	-2.8995	-4.0093	3.5360
0.31	-2.4015	7.0407	2.5667	-2.9671	-4.2387	3.5237
0.32	-2.5840	7.2704	2.8297	-3.0315	-4.4846	3.5115
0.33	-2.7795	7.5098	3.1097	-3.0918	-4.7482	3.4994
0.34	-2.9892	7.7594	3.4081	-3.1473	-5.0310	3.4873
0.35	-3.2142	8.0197	3.7260	-3.1970	-5.3345	3.4753
0.36	-3.4557	8.2913	4.0649	-3.2400	-5.6605	3.4633
0.37	-3.7151	8.5747	4.4262	-3.2749	-6.0108	3.4513
0.38	-3.9939	8.8704	4.8117	-3.3006	-6.3875	3.4393
0.39	-4.2939	9.1790	5.2230	-3.3155	-6.7926	3.4272
0.40	-4.6167	9.5012	5.6621	-3.3180	-7.2286	3.4151
0.41	-4.9645	9.8376	6.1310	-3.3062	-7.6980	3.4028
0.42	-5.3393	10.1889	6.6320	-3.2781	-8.2035	3.3905
0.43	-5.7435	10.5556	7.1674	-3.2314	-8.7481	3.3779
0.44	-6.1798	10.9387	7.7398	-3.1636	-9.3352	3.3652
0.45	-6.6510	11.3387	8.3521	-3.0717	-9.9681	3.3523
0.46	-7.1603	11.7564	9.0072	-2.9526	-10.6507	3.3391
0.47	-7.7113	12.1927	9.7085	-2.8027	-11.3872	3.3256
0.48	-8.3076	12.6481	10.4594	-2.6180	-12.1819	3.3117
0.49	-8.9537	13.1236	11.2638	-2.3940	-13.0397	3.2975
0.50	-9.6540	13.6199	12.1258	-2.1259	-13.9658	3.2828
0.51	-10.4138	14.1378	13.0499	-1.8081	-14.9659	3.2676
0.52	-11.2386	14.6781	14.0410	-1.4344	-16.0460	3.2518
0.53	-12.1348	15.2414	15.1042	-0.9981	-17.2127	3.2354
0.54	-13.1091	15.8285	16.2453	-0.4914	-18.4732	3.2183
0.55	-14.1693	16.4400	17.4703	0.0942	-19.8352	3.2005
0.56	-15.3236	17.0765	18.7860	0.7681	-21.3070	3.1817
0.57	-16.5813	17.7386	20.1993	1.5409	-22.8976	3.1621

TABELAS DE POLINOMIOS PARA INTERPOLACAO DA EQUACAO DE MITSCHERLICH SEGUNDO O ESQUEMA 0, 1, 2, 4, 8.

Z	J50(Z)	J51(Z)	J52(Z)	J54(Z)	J58(Z)	P5(Z)
0.58	-17.9526	18.4266	21.7182	2.4243	-24.6166	3.1414
0.59	-19.4487	19.1409	23.3510	3.4314	-26.4746	3.1196
0.60	-21.0821	19.8815	25.1066	4.5767	-28.4828	3.0965
0.61	-22.8664	20.6485	26.9950	5.8765	-30.6535	3.0720
0.62	-24.8169	21.4414	29.0266	7.3486	-32.9998	3.0461
0.63	-26.9502	22.2599	31.2130	9.0132	-35.5359	3.0185
0.64	-29.2847	23.1030	33.5663	10.8924	-38.2770	2.9892
0.65	-31.8409	23.9696	36.1000	13.0110	-41.2396	2.9579
0.66	-34.6412	24.8579	38.8283	15.3965	-44.4415	2.9246
0.67	-37.7104	25.7660	41.7669	18.0793	-47.9017	2.8889
0.68	-41.0758	26.6910	44.9323	21.0933	-51.6409	2.8508
0.69	-44.7677	27.6297	48.3427	24.4762	-55.6810	2.8101
0.70	-48.8192	28.5780	52.0175	28.2698	-60.0460	2.7665
0.71	-53.2670	29.5308	55.9775	32.5202	-64.7614	2.7198
0.72	-58.1517	30.4822	60.2453	37.2790	-69.8548	2.6698
0.73	-63.5177	31.4251	64.8451	42.6031	-75.3557	2.6163
0.74	-69.4142	32.3512	69.8031	48.5557	-81.2959	2.5590
0.75	-75.8952	33.2506	75.1473	55.2068	-87.7095	2.4977
0.76	-83.0203	34.1117	80.9077	62.6340	-94.6332	2.4321
0.77	-90.8550	34.9213	87.1168	70.9231	-102.1063	2.3621
0.78	-99.4714	35.6639	93.8093	80.1692	-110.1710	2.2874
0.79	-108.9489	36.3215	101.0223	90.4776	-118.8726	2.2078
0.80	-119.3748	36.8738	108.7960	101.9647	-128.2596	2.1231
0.81	-130.8449	37.2970	117.1729	114.7591	-138.3841	2.0331
0.82	-143.4646	37.5642	126.1990	129.0033	-149.3018	1.9378
0.83	-157.3499	37.6448	135.9232	144.8544	-161.0725	1.8371
0.84	-172.6277	37.5038	146.3978	162.4861	-173.7600	1.7310
0.85	-189.4378	37.1014	157.6788	182.0903	-187.4328	1.6196
0.86	-207.9332	36.3928	169.8259	203.8787	-202.1642	1.5031
0.87	-228.2819	35.3270	182.9027	228.0847	-218.0325	1.3818
0.88	-250.6682	33.8466	196.9771	254.9659	-235.1215	1.2563
0.89	-275.2938	31.8868	212.1213	284.8064	-253.5208	1.1272
0.90	-302.3800	29.3750	228.4121	317.9189	-273.3260	0.9954
0.91	-332.1690	26.2291	245.9312	354.6482	-294.6395	0.8622
0.92	-364.9259	22.3576	264.7651	395.3735	-317.5703	0.7289
0.93	-400.9407	17.6574	285.0058	440.5126	-342.2351	0.5975
0.94	-440.5308	12.0136	306.7507	490.5248	-368.7582	0.4704
0.95	-484.0432	5.2976	330.1027	545.9152	-397.2723	0.3502
0.96	-531.8569	-2.6341	355.1709	607.2391	-427.9190	0.2404
0.97	-584.3861	-11.9414	382.0702	675.1063	-460.8490	0.1451
0.98	-642.0831	-22.8024	410.9219	750.1867	-496.2231	0.0693
0.99	-705.4415	-35.4153	441.8537	833.2157	-534.2126	0.0186
1.00	-775.0000	-50.0000	475.0000	925.0000	-575.0000	0.0000

LITERATURA CITADA

- NEPTUNE, A.M.L., J. NAKAGAWA, L.C. SCOTTON & E.A.de SOUZA, 1982. Efeitos de doses não equidistantes de N, P, K nas concentrações destes macronutrientes na folha e na produção de milho (*Zea mays* L.). An.Esc.Sup. Agric."Luiz de Queiroz", 39:917-940.
- NOGUEIRA, I.R., 1950. Sobre uma propriedade da equação utilizada para a interpolação da Lei de Mitscherlich. An.Esc.Sup.Agric."Luiz de Queiroz", 7:105-108.
- NOGUEIRA, I.R., 1950. A técnica da resolução das equações relativas à interpolação da Lei de Mitscherlich pelo método dos quadrados mínimos. An.Esc.Sup.Agric."Luiz de Queiroz", 7:109-113.
- NOGUEIRA, I.R., 1960. Pesquisa sobre planejamento experimental de ensaios de adubação, Piracicaba, tese.
- NOGUEIRA, I.R., H. CAMPOS, C.P. ABREU & F. PIMENTEL GOMES, 1963. Tabelas de polinômios para interpolação da Equação de Mitscherlich num caso de quatro doses não equidistantes. An.Esc.Sup.Agric."Luiz de Queiroz", 20 :6 p.
- PIMENTEL GOMES, F. & E. MALAVOLTA, 1949a. Considerações matemáticas sobre a Lei de Mitscherlich. An.Esc.Sup. Agric."Luiz de Queiroz", 3:1-24.
- PIMENTEL GOMES, F. & E. MALAVOLTA, 1949b. Aspectos matemáticos e estatísticos da Lei de Mitscherlich. An.Esc.Sup.Agric."Luiz de Queiroz", 6:193-229.
- PIMENTEL GOMES, F., 1951. The use of Mitscherlich's Regression Law in the analysis of experiments with fertilizers. Biometrics, 9:498-516.

DIRETOR DA REVISTA DE AGRICULTURA RECEBE HOMENAGEM DA UNESP

Em setembro do corrente (1988), o campus da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, de Rio Claro, completou 30 anos. E a fim de comemorar a grata efeméride, programou diversas atividades, incluindo simpósios, competições esportivas, exibição de filmes culturais, exposições etc. A Sessão Solene alusiva aconteceu no dia 27 do mês referido e durante a sua realização o Prof. Dr. Luiz Gonzaga E. Lordello, Diretor desta Revista, foi alvo de uma homenagem pelo fato de ter contribuído para a implantação do campus, como um dos primeiros titulares do Departamento de Zoologia da então Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras.

Atualmente, localizam-se em Rio Claro dois Institutos da UNESP, o Inst. de Biociências e o Inst. de Geociências e Ciências Exatas. O elevado nível do ensino e os trabalhos de pesquisa ali desenvolvidos projetaram os nomes das duas Instituições não só no País como internacionalmente.

.-.-.-.-.

JORNAL DO TÉCNICO AGRÍCOLA

Está circulando o número 2 do Jornal do Técnico Agrícola, lançado em 1988 pela Associação dos Técnicos Agrícolas do Estado de São Paulo. O fascículo contém matéria variada, prática, inteiramente dedicada à produção agrícola. Os editores do Jornal merecem elogios e o reconhecimento pelo seu esforço em favor da agricultura no País.

LITERATURA CITADA

- NEPTUNE, A.M.L., J. NAKAGAWA, L.C. SCOTTON & E.A.de SOUZA, 1982. Efeitos de doses não equidistantes de N, P, K nas concentrações destes macronutrientes na folha e na produção de milho (*Zea mays* L.). An.Esc.Sup. Agric."Luiz de Queiroz", 39:917-940.
- NOGUEIRA, I.R., 1950. Sobre uma propriedade da equação utilizada para a interpolação da Lei de Mitscherlich. An.Esc.Sup.Agric."Luiz de Queiroz", 7:105-108.
- NOGUEIRA, I.R., 1950. A técnica da resolução das equações relativas à interpolação da Lei de Mitscherlich pelo método dos quadrados mínimos. An.Esc.Sup.Agric."Luiz de Queiroz", 7:109-113.
- NOGUEIRA, I.R., 1960. Pesquisa sobre planejamento experimental de ensaios de adubação, Piracicaba, tese.
- NOGUEIRA, I.R., H. CAMPOS, C.P. ABREU & F. PIMENTEL GOMES, 1963. Tabelas de polinômios para interpolação da Equação de Mitscherlich num caso de quatro doses não equidistantes. An.Esc.Sup.Agric."Luiz de Queiroz", 20 :6 p.
- PIMENTEL GOMES, F. & E. MALAVOLTA, 1949a. Considerações matemáticas sobre a Lei de Mitscherlich. An.Esc.Sup. Agric."Luiz de Queiroz", 3:1-24.
- PIMENTEL GOMES, F. & E. MALAVOLTA, 1949b. Aspectos matemáticos e estatísticos da Lei de Mitscherlich. An. Esc.Sup.Agric."Luiz de Queiroz", 6:193-229.
- PIMENTEL GOMES, F., 1951. The use of Mitscherlich's Regression Law in the analysis of experiments with fertilizers. Biometrics, 9:498-516.